

Geprüfter Industriemeister

**Metall 2000**

Geprüfte Industriemeisterin

# ► Naturwissenschaftliche und technische Gesetzmäßigkeiten I

Dozent: Josef Weinzierl  
Dipl.-Ing. (FH), Dipl.-Wirtsch.-Ing. (Univ.)

Im Auftrag der:



IHK-Akademie  
München • Westerham

IHK für München und Oberbayern

## 1. Bewegungsvorgänge bei mechanischen Bauteilen

		Slide
1.1	Beschreibung von Bewegungsvorgängen und -zuständen	3
1.2	Grundlagen der Kinematik	7
1.3	Grundlagen der Kinetik	14
1.4	Grundlagen der Festigkeitslehre	22
1.5	Die mechanische Arbeit	33
1.6	Die Energie und ihre Formen	35
1.7	Die mechanische Leistung	38
1.8	Der Wirkungsgrad	39

## • **Bwegszustand**

- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## *Der Bewegungszustand*

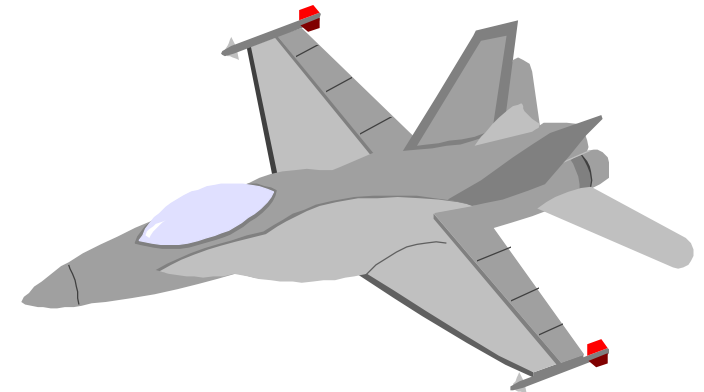


Gleichförmige Bewegung

---

---

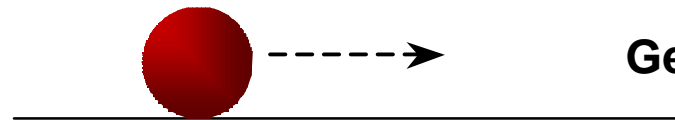
Ungleichförmige Bewegung



## • **Bwegszustand**

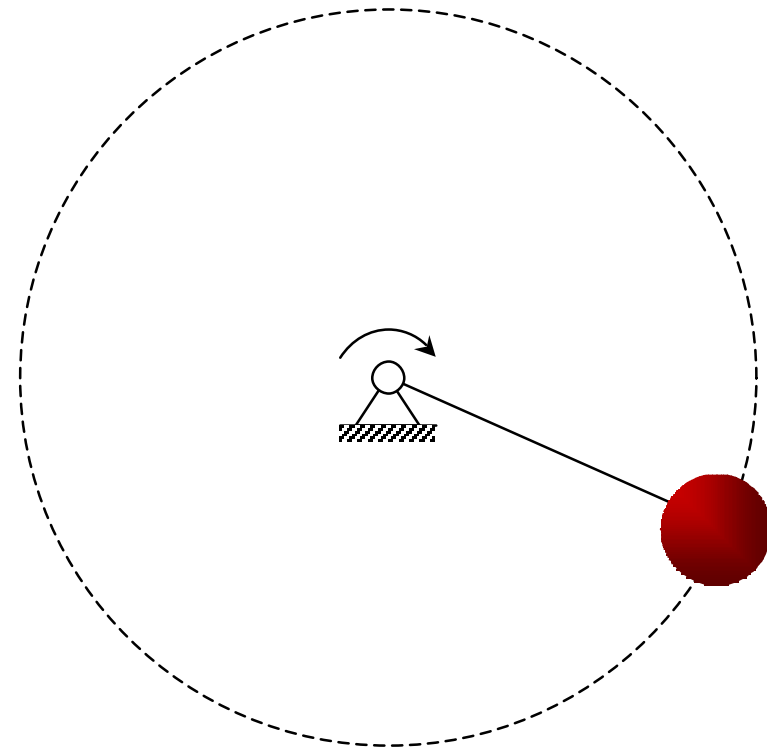
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Die Bewegungsform



**Geradlinige Bewegung**

**Krummlinige Bewegung**

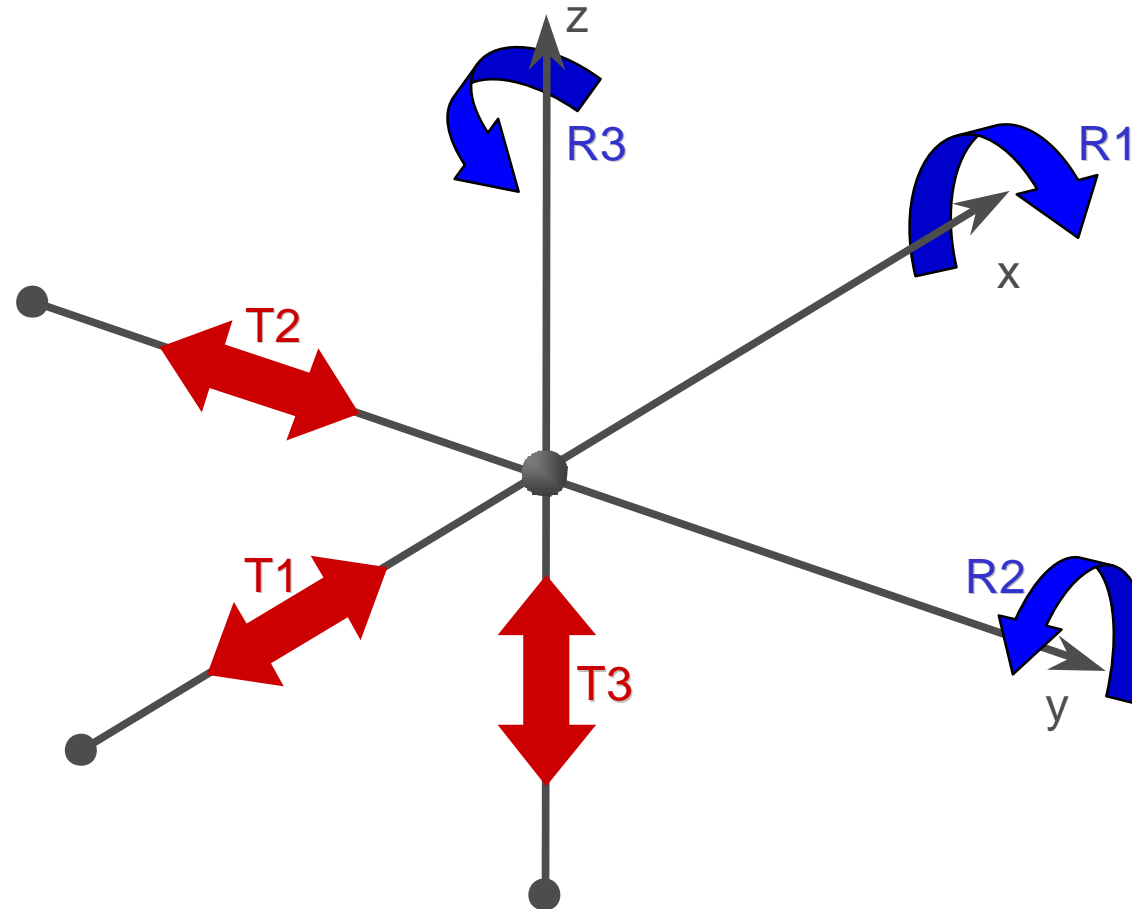


# Freiheitsgrade zur Beschreibung von Bewegungen

## • **Bwegszustand**

- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

Freiheitsgrade dienen zum Beschreiben von Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers im Raum



 Ein Körper besitzt (maximal) 6 Freiheitsgrade im Raum!

# Eingeschränkte Bewegungsfreiheit

## • **Bwegszustand**

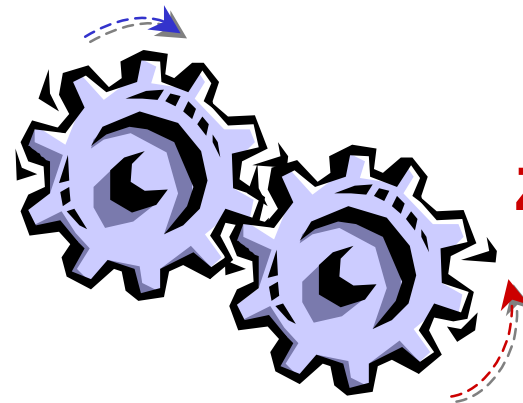
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

Konstruktiv eingeschränkte Bewegungsmöglichkeiten sind in der Technik-Welt sehr gebräuchlich



## **Linearführungen**

*(nur translatorische Bewegung)*



## **Zahnräder**

*(nur rotatorische Bewegung)*

- BwepsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

*Kinematik ist die Lehre von den geometrischen  
Bewegungsverhältnissen fester Körper und  
Mechanismen.*

*Die für die Bewegung ursächlichen Kräfte  
bleiben unberücksichtigt.*

# Gleichmäßige Bewegung

- BwugsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

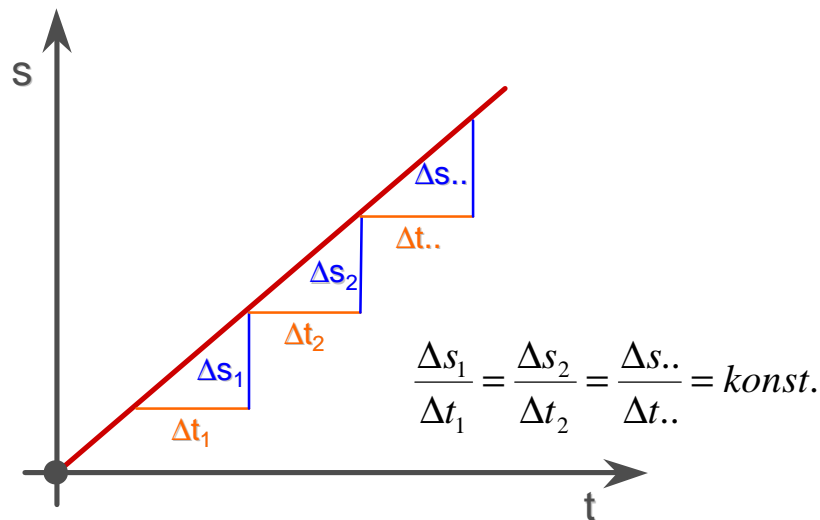
## Geradlinig gleichmäßige Bewegung

Ein Körper bewegt sich in **gleichen Zeitintervallen** über **gleiche Wegstrecken**

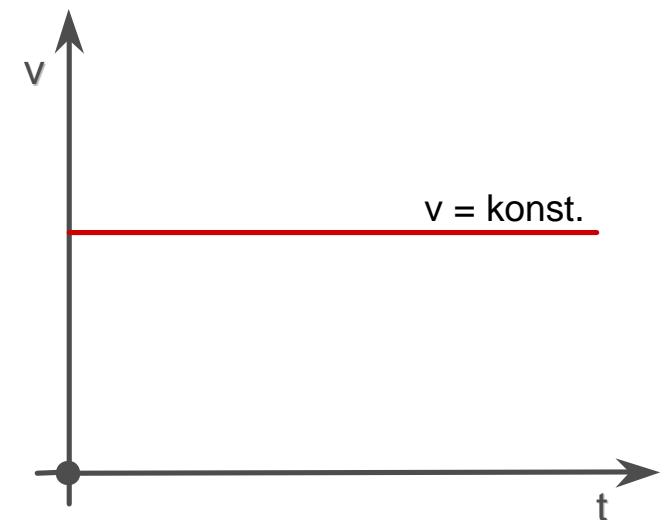


$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[ \frac{m}{s} \right] = konst.$$

➔  $s = v \cdot t$



Weg-Zeit-Diagramm



Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm

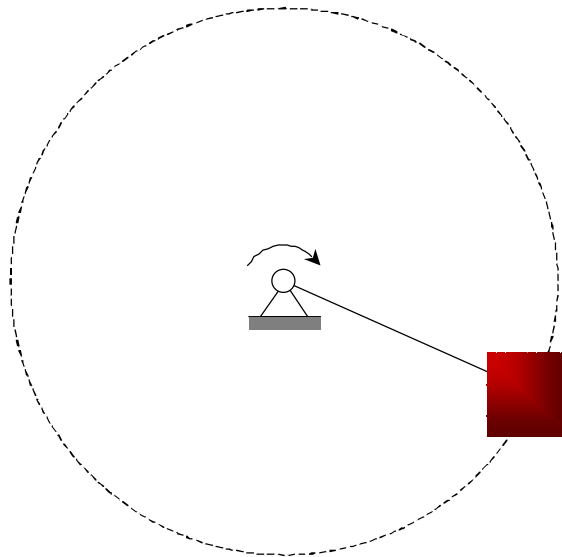


# Gleichmäßige Bewegung

- BwgsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Kreisförmige gleichmäßige Bewegung

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  gilt für alle Bewegungen mit  $v = \text{konst.}$ , auch für **Kreisbewegungen**



Bei einer Umdrehung:

$$s = d \cdot p = U$$

Bei N Umdrehungen:

$$s = d \cdot p \cdot N$$

Drehfrequenz:  $n = \frac{N}{t} \left[ \frac{1}{\text{min}} \right]$

**Umfangsgeschwindigkeit:**

$$v = \frac{d \cdot p \cdot N}{t} = d \cdot p \cdot n$$

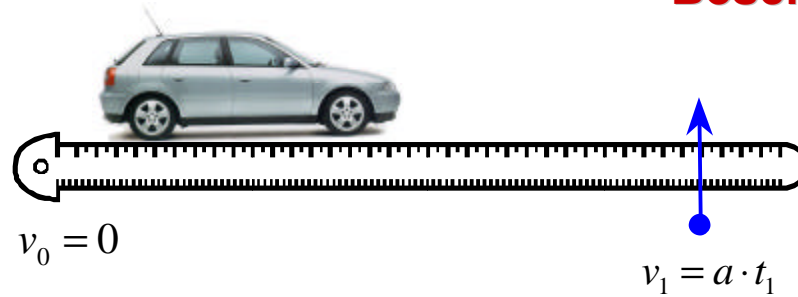
**Winkelgeschwindigkeit:**  $w = \frac{2 \cdot r \cdot p \cdot n}{r} = 2 \cdot p \cdot n$

d: Kreisbahndurchmesser  
 r: Kreisbahnradius  
 N: Anzahl der Umdrehungen  
 n: Drehfrequenz

# Gleichmäßig beschleunigte Bewegung ...

- BwepsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

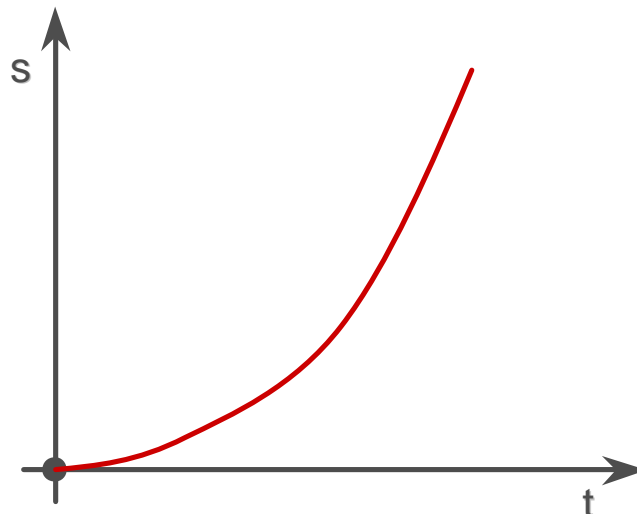
**... aus der Ruhe**



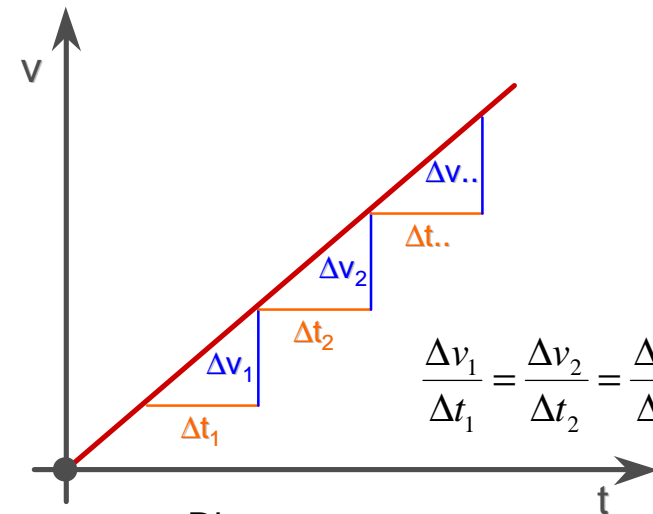
**Beschleunigung:**  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left[ \frac{m}{s^2} \right] = konst.$



$v = a \cdot t$
$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$



s-t-Diagramm



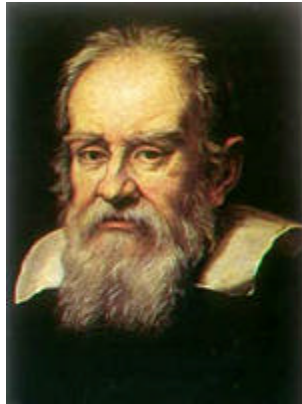
v-t-Diagramm

$$\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta v..}{\Delta t..} = konst.$$

# Gleichmäßig beschleunigte Bewegung ...

- BwugsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## ... das Fallen eines Körpers

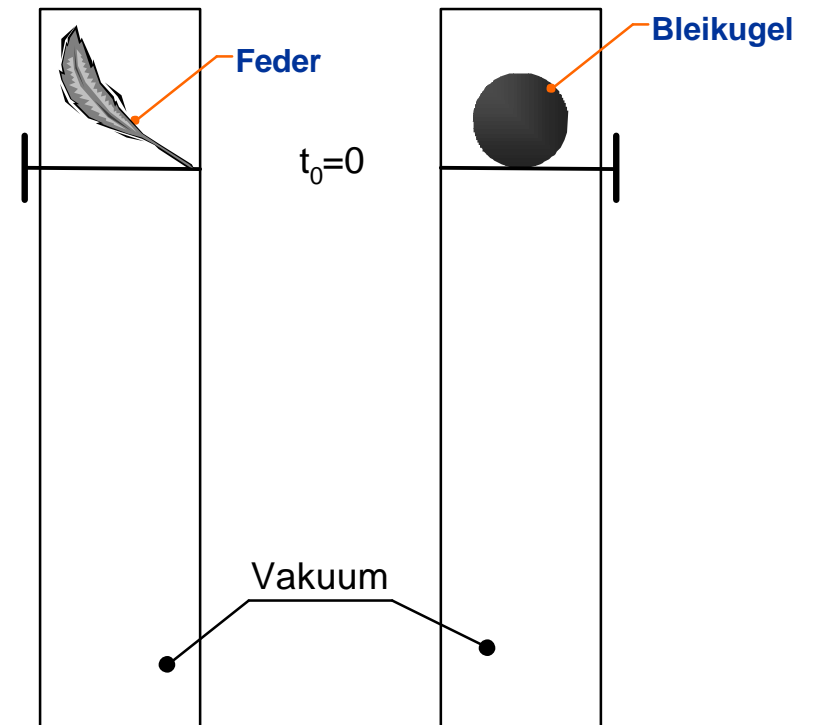


### Galileo Galilei

Italienischer Mathematiker  
und Astronom  
(\*1564 †1642)

### Fallversuch von Galileo Galilei

... im Vakuum

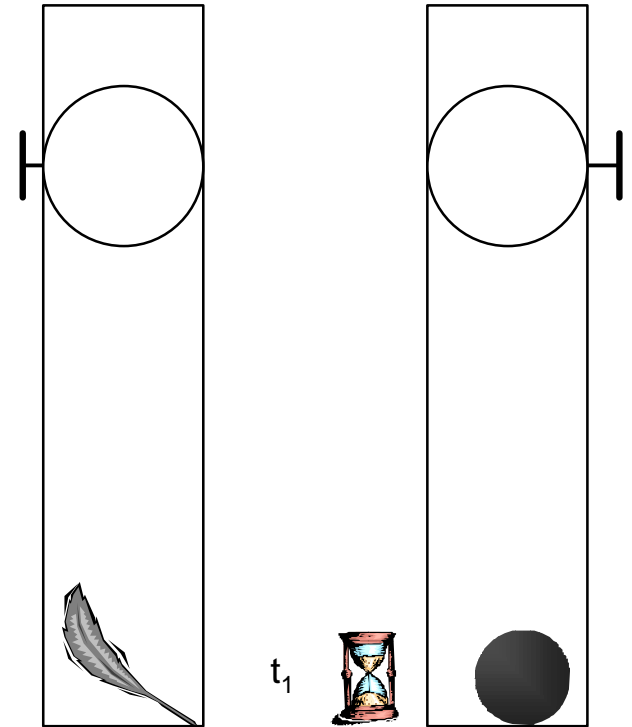
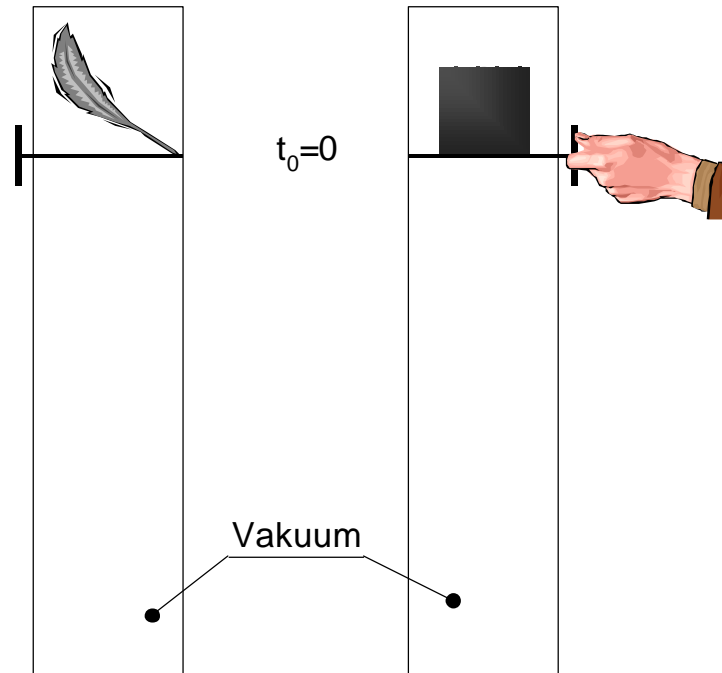


Welcher der beiden Körper trifft zuerst am Boden auf?

# Gleichmäßig beschleunigte Bewegung ...

- BwgsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## ... das Fallen eines Körpers



$$v = g \cdot t$$

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2 = \frac{v \cdot t}{2}$$

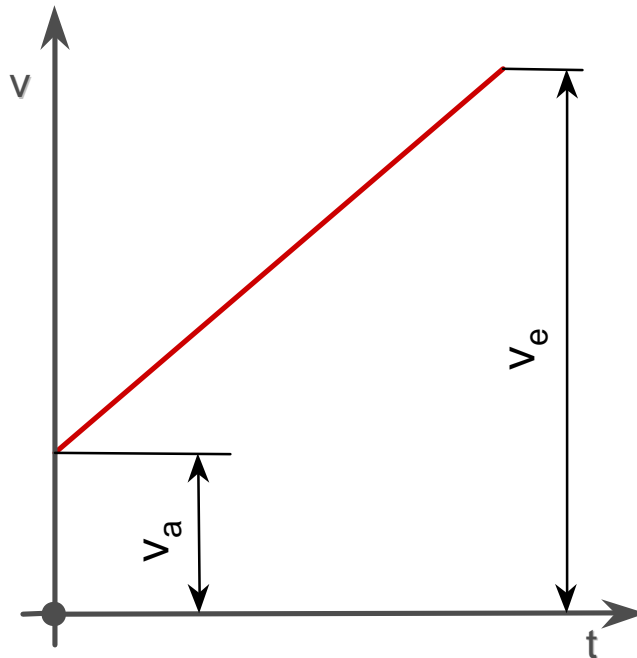


**Die beiden Körper treffen zeitgleich am Boden auf!**

# Gleichmäßig beschleunigte Bewegung ...

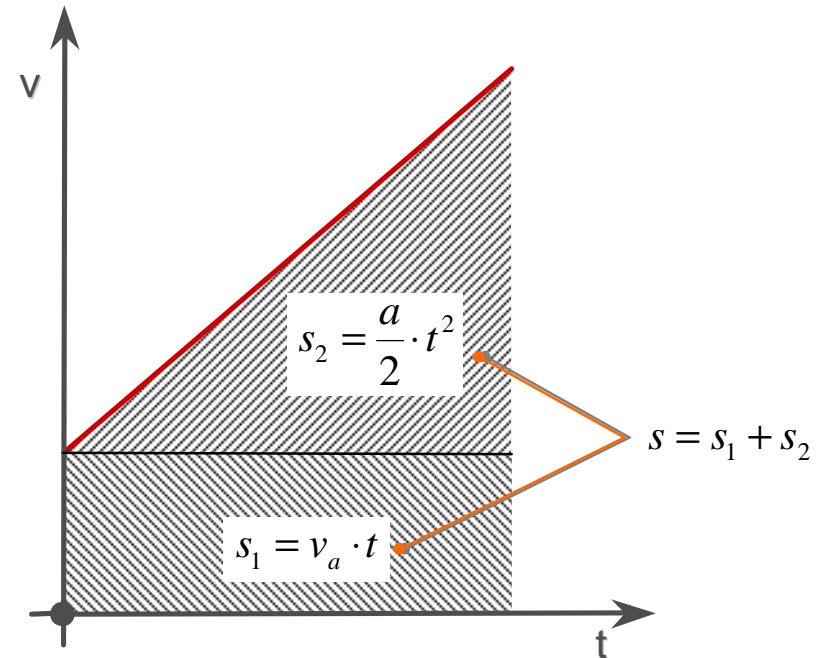
- BwgsZustand
- **Kinematik**
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

... mit Anfangsgeschwindigkeit  $v_a (v_0)$



$$v_e = v_a + a \cdot t$$

$$(v_a = v_0)$$



$$s = v_a \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$



**Der zurückgelegte Weg entspricht der Fläche unter dem v-t-Diagramm!**

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

*Kinetik ist die Lehre von den Bewegungen der Körper oder Körpersysteme unter dem Einfluss der auf den Körper oder das Körpersystem einwirkenden Kräfte.*

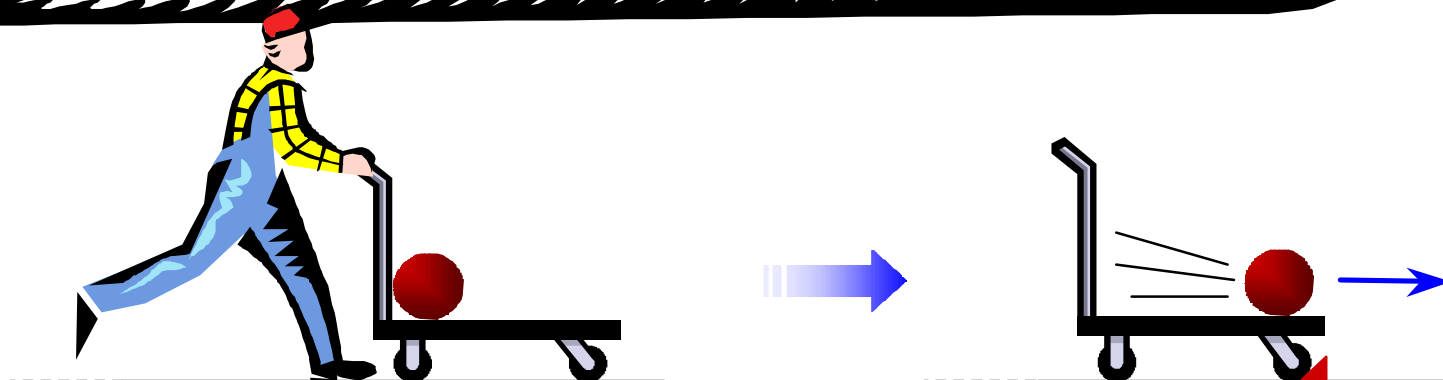
# Die Newton 'schen Axiome

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## 1. Newton'sches Axiom

*Der Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung wird von einem Körper solange beibehalten, wie keine Kraft auf ihn einwirkt!*

(Trägheitsgesetz oder Beharrungsgesetz)



# Die Newton 'schen Axiome

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## 2. Newton'sches Axiom

*Wird einer Masse  $m$  die Beschleunigung  $a$  zuteil, dann ist hierzu eine Kraft  $F$  erforderlich, die gleich dem Produkt aus der Masse  $m$  und der Beschleunigung  $a$  ist.*

(Massen-Trägheits-Satz)



$$[F] = 1N = 1kg \frac{m}{s^2}$$



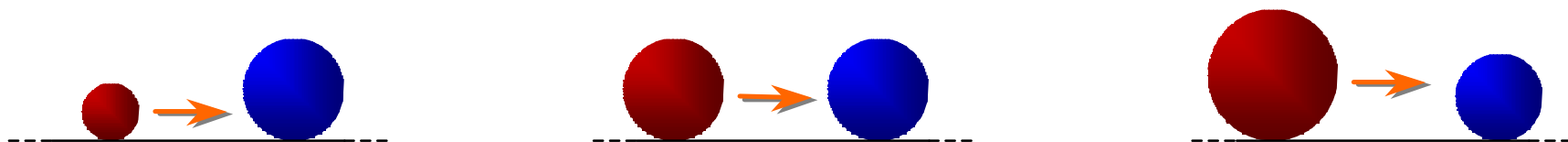


- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## 3. Newton'sches Axiom

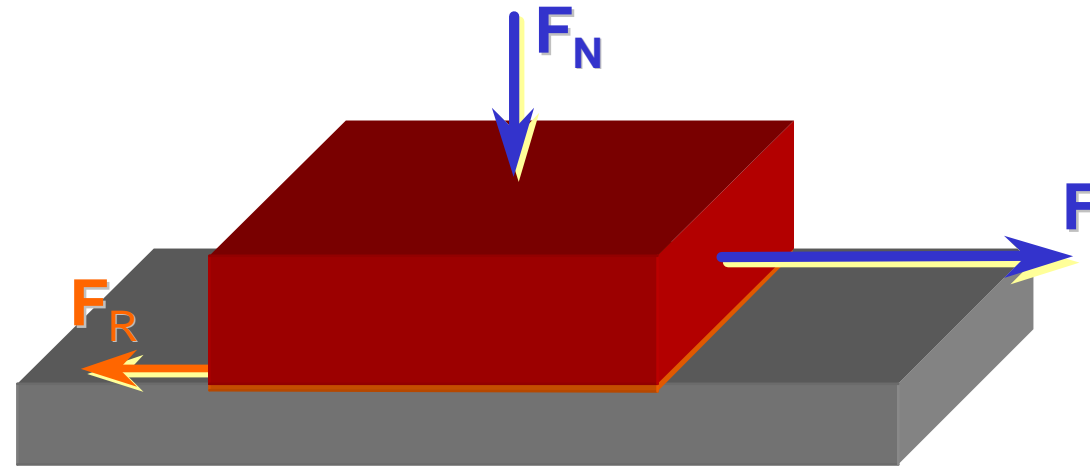
*Wirkt von einem Körper eine Kraft auf einen zweiten Körper, dann wirkt gleichzeitig eine gleich große Kraft vom zweiten auf den ersten zurück.*

(Wechselwirkungsgesetz „*actio = reactio*“)



# Reibung - Grundsätzliches

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad



**Äussere Reibung:**

Zwischen den Aussenflächen von Festkörpern

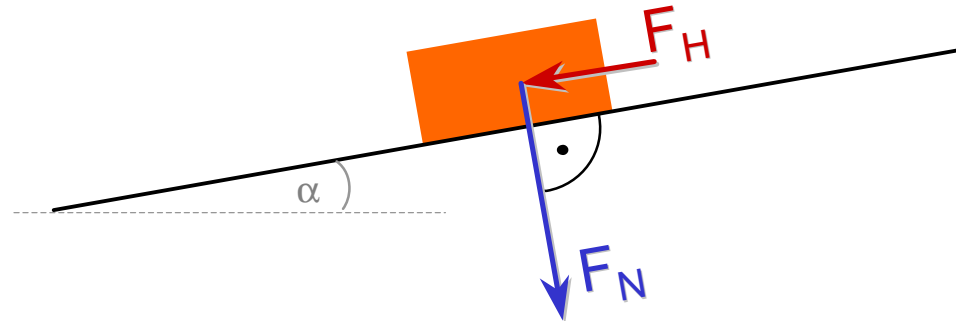
**Innere Reibung:**

Fluidreibung, zwischen Fluidteilchen  
(⇒ Mechanik der Flüssigkeiten und Gase)



**Reibungskräfte wirken immer der Verschiebungsrichtung entgegen!**

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad



$F_H$ : Hangabtriebskraft

$F_N$ : Normalkraft

$\mu$ : Reibungszahl

(Abhängig von den Werkstoffkombinationen in der Reibfläche)

**Haftreibung ( $F_{R0}$ ):**

Kraft die aufzuwenden ist, um einen Körper in Bewegung zu setzen.

$$F_{R0} = \mu_0 \cdot F_N$$

**Gleitreibung ( $F_R$ ):**

Kraft die aufzuwenden ist, um einen Körper in Bewegung zu halten

$$F_R = \mu \cdot F_N$$



**Haft- und Gleitreibung sind von der Größe der Reibflächen nahezu unabhängig!**

# Innere Reibung

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad



## Strömungswiderstand

Innere Reibung in Flüssigkeiten und Gasen wird auch als Strömungswiderstand  $F_W$  bezeichnet.

$$F_W = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$$\Rightarrow F_W \sim v^2$$

## Strömungsleistung

mit  $P = F \cdot v$  gilt

$$P_W = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^3$$

$$\Rightarrow P_W \sim v^3$$

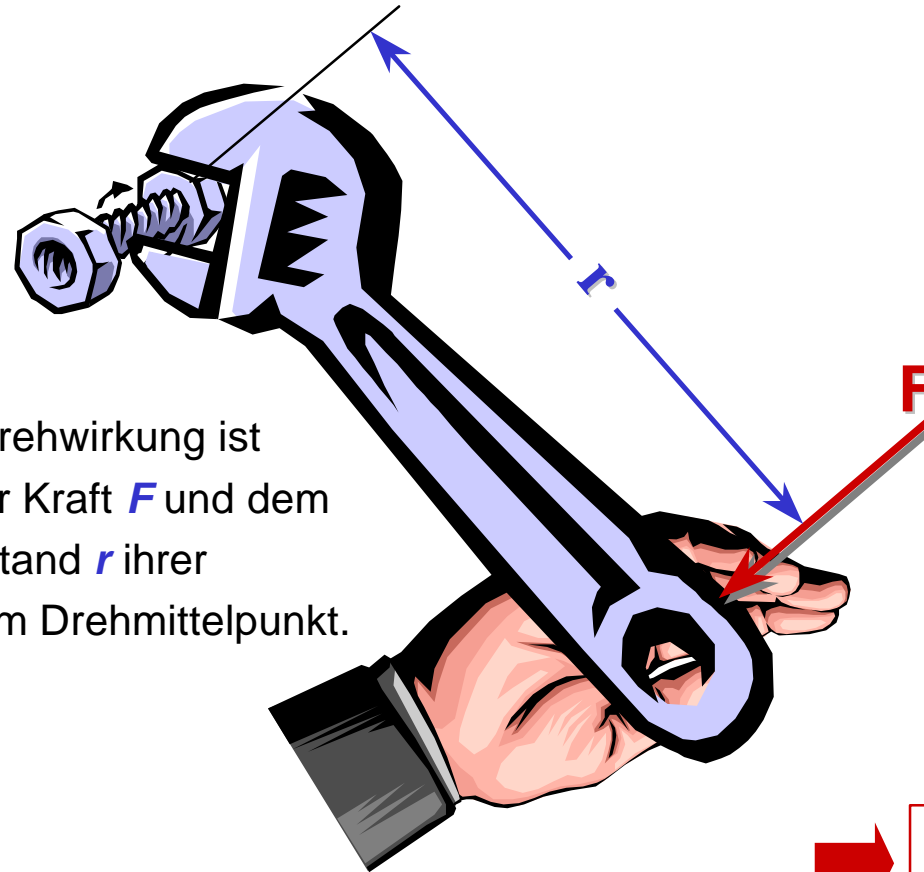
### Merke:

Die Strömungsleistung wächst mit der dritten Potenz der (Fahr-) Geschwindigkeit!



# Moment

- BwugsZustand
- Kinematik
- **Kinetik**
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad



Die Stärke der Drehwirkung ist abhängig von der Kraft  $F$  und dem senkrechten Abstand  $r$  ihrer Wirkungslinie zum Drehmittelpunkt.

➔  $M = F \cdot r$

➔ **Moment ist Kraft mal senkrechten Hebelarm zum Drehungsmittelpunkt!**

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

Die Festigkeitslehre ist neben der Statik, der Kinetik und der Kinematik ebenfalls ein Teilgebiet der Technischen Mechanik.

Sie behandelt das **Verhalten verformbarer fester Körper unter dem Einfluß von äusseren Kräften**.

Aufgabe der Festigkeitslehre ist es Berechnungsverfahren zu entwickeln, mit Hilfe derer die **Kraftwirkungen im Innern** von Körpern, und die dadurch hervorgerufenen **Formänderungen der Körper** berechnet werden können.

Weiter müssen Regeln zur Beurteilung des Versagens und - wichtiger noch - zur **Vermeidung des Versagens** von Bauteilen aus verschiedenen Werkstoffen angegeben werden.

Gegenstand der Betrachtung werden hier Beanspruchungen auf

- ⇒ **Zug**
- ⇒ **Druck**
- ⇒ **Abscherung**

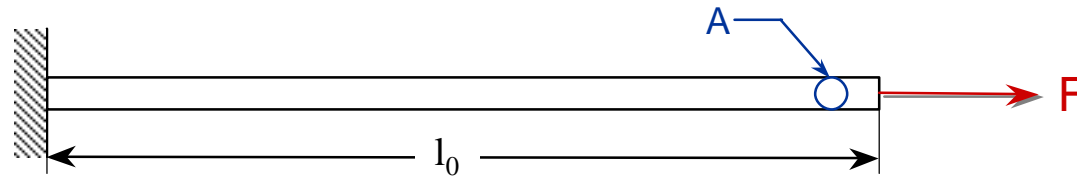
sowie

- ⇒ **Flächenpressung**

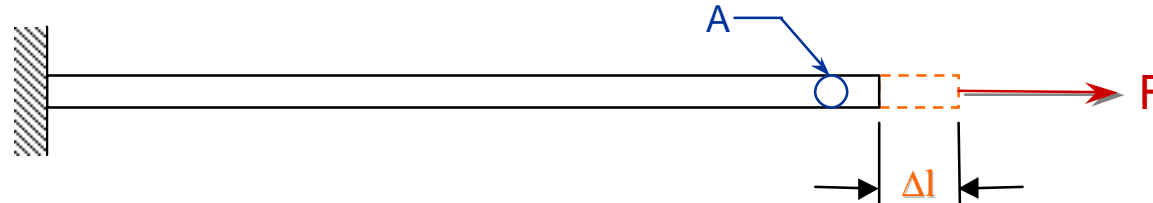
sein.

# Spannung & Dehnung

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad



$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Querschnittsfläche}}$$



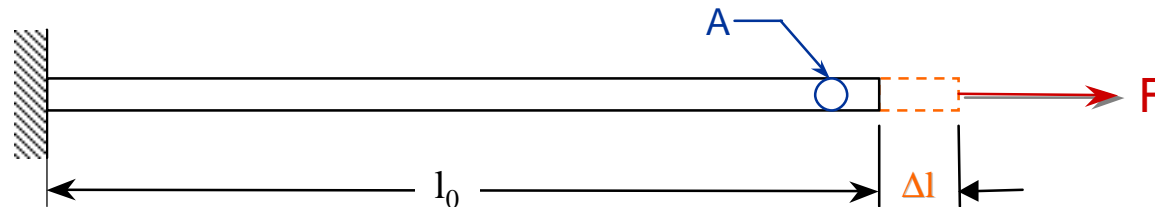
$$\text{Dehnung} = \frac{\text{Verlängerung}}{\text{Ausgangslänge}}$$

Normalspannung:	$s = \frac{F}{A}$	$[s] = \frac{N}{mm^2}$
Dehnung:	$e = \frac{\Delta l}{l_0}$	$[e] = \frac{mm}{mm} = 1$
Elastizitätsmodul:	$E = \frac{s}{e}$	$[E] = \frac{\frac{N}{mm^2}}{1} = \frac{N}{mm^2}$

# Spannung (Zugspannung)

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Kompakte Körper (z.B. Stab)



Im **elastischen Bereich** des Materials:  $\sigma < R_e$   
 bzw.  
 $\sigma < R_{p0,2}$

... gilt das **Hook'sche Gesetz**:  $E = \frac{\mathbf{s}}{\mathbf{e}} = konst.$

$$\rightarrow \mathbf{s} = E \cdot \mathbf{e} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

Elastische  
Verlängerung:

$$\Delta l = \mathbf{s} \cdot \frac{l_0}{E}$$

Nur gültig im Hook'schen Bereich!



# Dimensionierung von Bauteilen

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Grundregel

Belastung < zul. Belastung	
<i>rechnerisch ermittelt</i>	<i>aus Tabellenbuch o.ä.</i>
<u>Bauteil-Dimensionierung:</u>	
$Belastung = \frac{zul.Belastung}{n}$	
<i>Normalspannung:</i>	$s = \frac{S_{zul}}{n} \leq s_{zul}$
<i>Schubspannung:</i>	$t = \frac{t_{zul}}{n} \leq t_{zul}$
<i>Flächenpressung:</i>	$p = \frac{p_{zul}}{n} \leq p_{zul}$

v: Sicherheitsfaktor  
(griechisch: Ny)

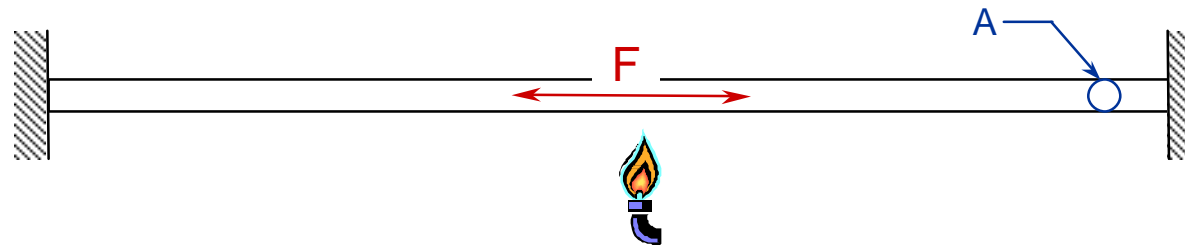


# Spannung (Druckspannung)

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Kompakte Körper (z.B. Stab)

.... bei Wärmeausdehnung



setzt man:  $l_0 \cdot a \cdot \Delta T = s \cdot \frac{l_0}{E} = \Delta l$

⇒ Verlängerung bzw. Verkürzung durch Wärmeausdehnung

Wärmespannung:  $s = E \cdot a \cdot \Delta T$

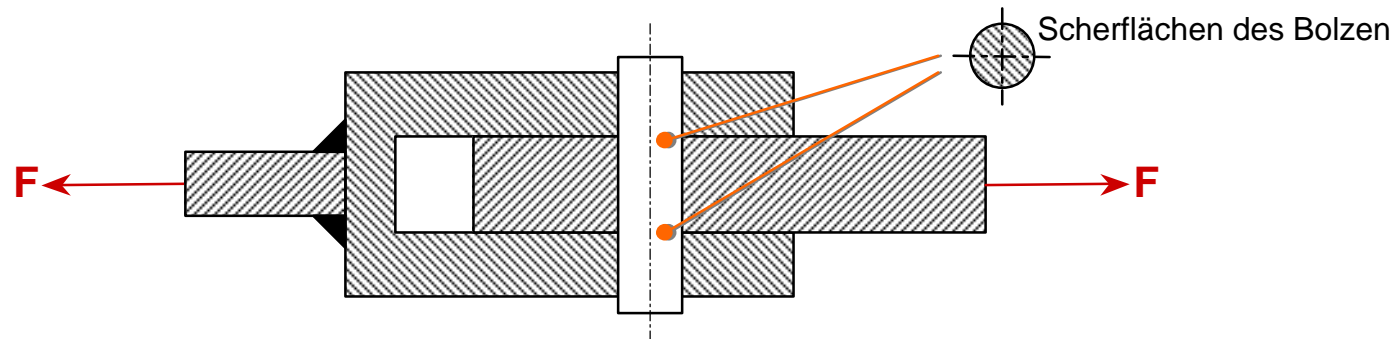
Zug- bzw. Druckkraft im Bauteil:  $F = E \cdot a \cdot \Delta T \cdot A$

E: Elastizitätsmodul	[N/mm <sup>2</sup> ]
α: Längenausdehnungskoeffizient	[1/K]
T: Kelvintemperatur	[K]
A: Querschnittsfläche	[mm <sup>2</sup> ]

# Abscherung

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Schubspannung aus Querkräften



Schubspannung:  $t$  (griechisch: Tau)

Schubspannung:

$$t = \frac{F}{A}$$

$$[\tau] = [\sigma] = \text{N/mm}^2$$

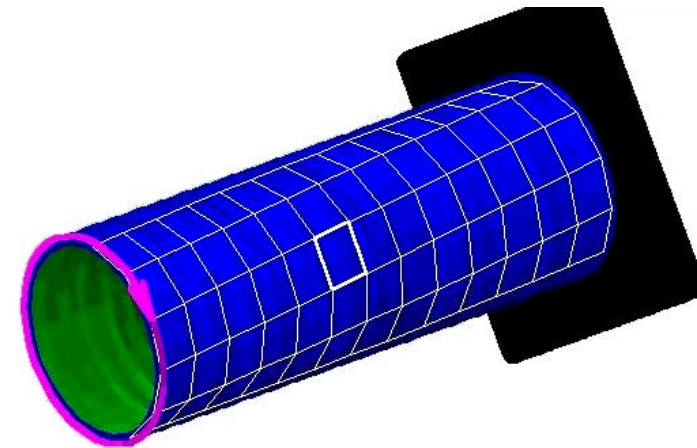
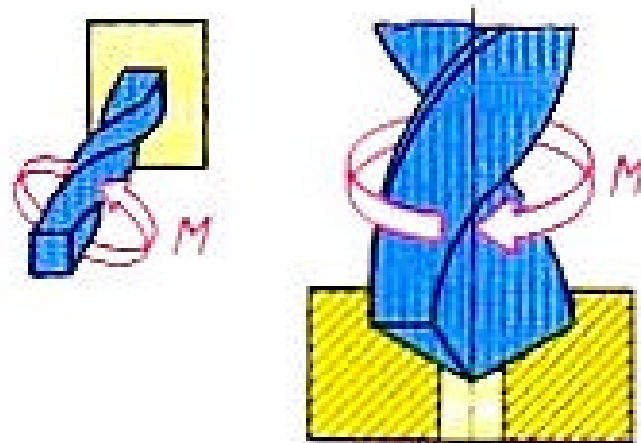
F: <b>Quer-Kraf</b> (Q)	[N]
A: Scherfläche	[mm <sup>2</sup> ]
$\tau$ : <b>Schub-Spannung</b>	[N/mm <sup>2</sup> ]

# Torsion

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Schubspannung aus Drehmoment

Ein **Drehmoment**  $M$  ruft im Querschnitt Schubspannungen hervor, die **Drehspannung** oder **Torsion** genannt werden.



Schubspannung:

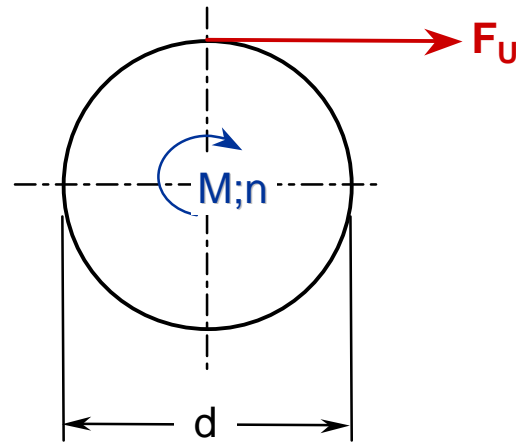
$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

$\tau_t$ : Torsionsspannung	$[\frac{N}{mm^2}]$
$M_t$ : Torsionsmoment	$[Nmm]$
$W_p$ : polares Widerstandsmoment	$[mm^3]$

# Torsion

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Leistung „P“ & Drehmoment „M“ bei kreisförmiger Bewegung



Drehmoment:

$$M = \frac{P}{\omega}$$

$$[M] = Nm$$

$$M = F_U \cdot r$$

Winkelgeschwindigkeit:

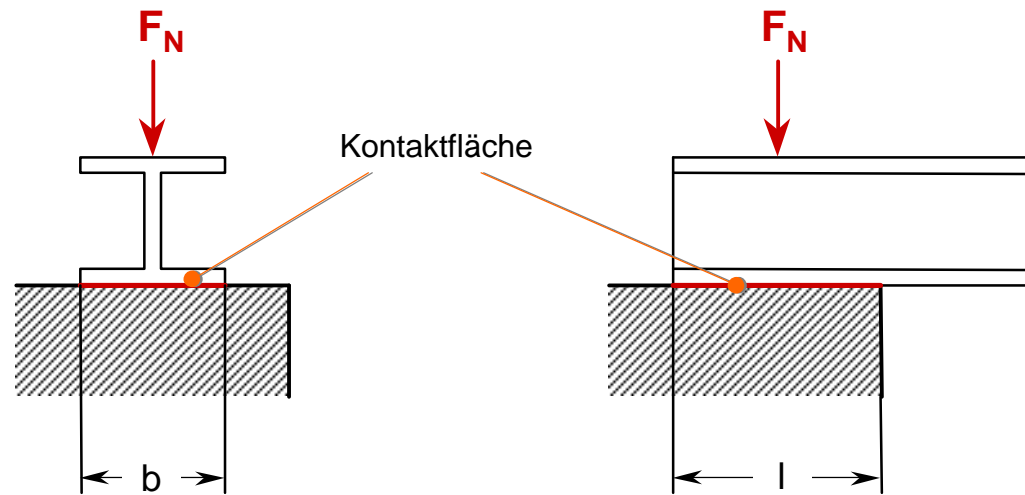
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$[\omega] = \frac{1}{\text{sec}}$$

M:	Drehmoment	[Nm]
P:	Antriebsleistung	[W]
$\omega$ :	Winkelgeschwindigkeit	[1/s]
n:	Drehzahl	[1/s]
$F_U$ :	Umfangskraft	[N]
r:	Wirkradius	[m]

# Flächenpressung (Lochleibung)

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

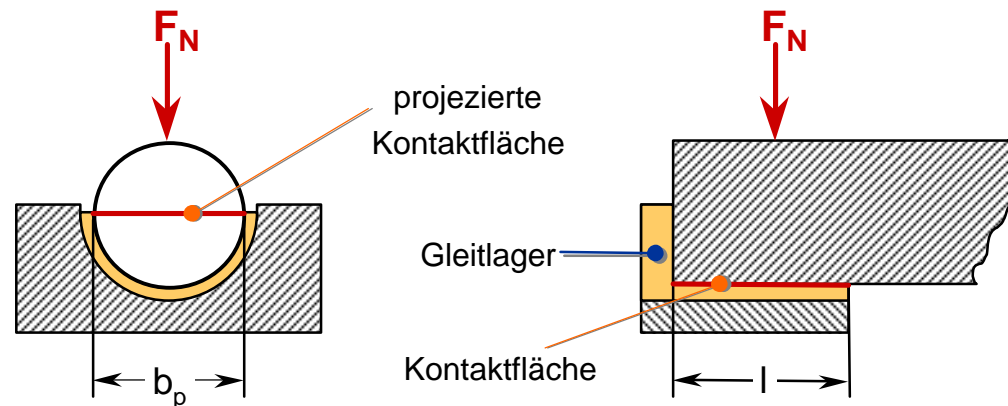


$$A = b_{(p)} \cdot l$$

**Flächenpressung:**

$$p = \frac{F_N}{A}$$

$$[p] = [\tau] = \text{N/mm}^2$$



p:	Flächenpressung	[N/mm <sup>2</sup> ]
F <sub>N</sub> :	Normalkraft	[N]
l:	Länge d. Auflagefläche	[mm]
b:	Breite d. Auflagefläche	[mm]
b <sub>p</sub> :	projizierte Breite d. A.	[mm]
A:	Auflagefläche	[mm <sup>2</sup> ]

# Verformende Wirkung der Kraft

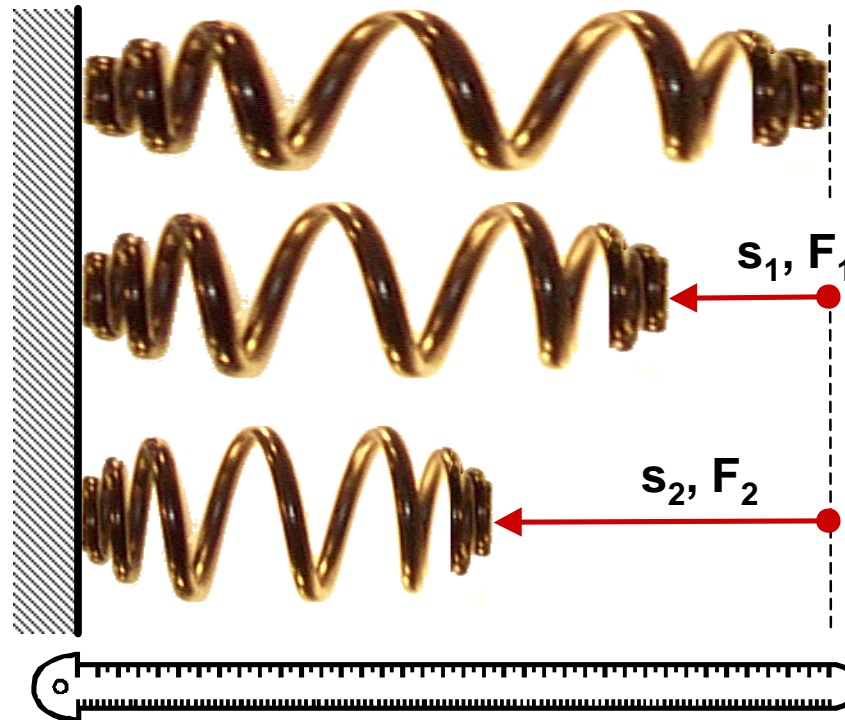
- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

Verformung		
Art	elastisch	plastisch
Wirkung	Nach der Entlastung stellt sich wieder die ursprüngliche Form des Bauteils ein	Nach der Entlastung ist eine bleibende Verformung eingetreten
Beispiele		

# Elastische Verformung

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- **Festigk.-Lehre**
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

## Federn



$$\frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2} = \dots = \frac{\Delta F}{\Delta s} = c = konst.$$

➔  $F = c \cdot s$

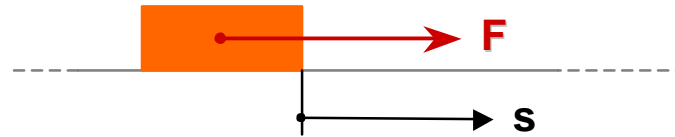
➔ Bei elastischen Verformungen gilt das Hook'sche Gesetz!



# Mechanische Arbeit

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- **Arbeit**
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

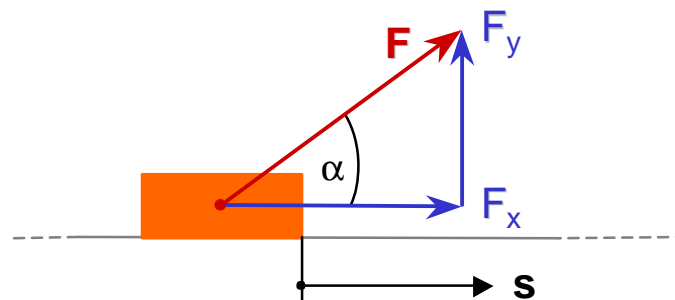
Arbeit im physikalischen Sinn wird dann verrichtet, wenn eine **Kraft** **längs eines Wegs** wirkt!



$$W = F \cdot s$$

$$[W] = Nm = 1J$$

## Wirken einer Schrägkraft



$$W = F_x \cdot s$$

$$W = F \cdot \cos \alpha \cdot s$$

$F_x$ : Wirkkomponente

$F_y$ : „arbeitslose“ Komponente

# Mechanische Arbeit ...

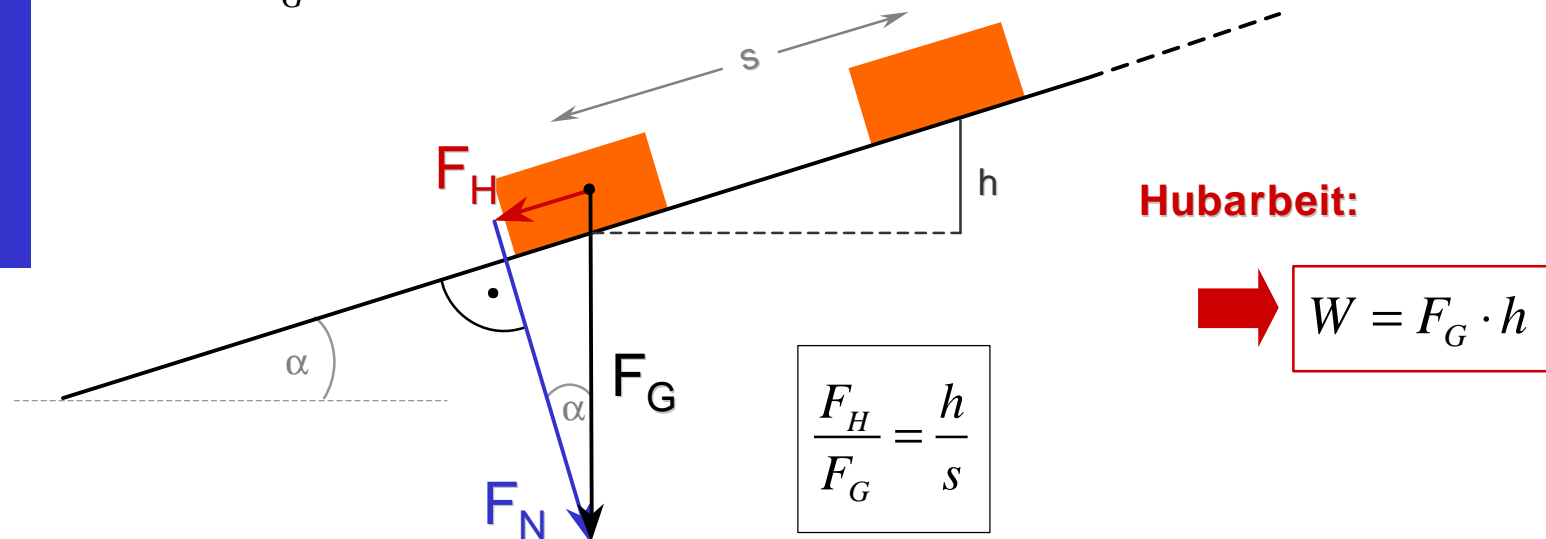
- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- **Arbeit**
- Energie
- Leistung
- Wirkungsgrad

**... an einer schiefen Ebene**

**Arbeit längs der schiefen Ebene:**

$$W = F_H \cdot s$$

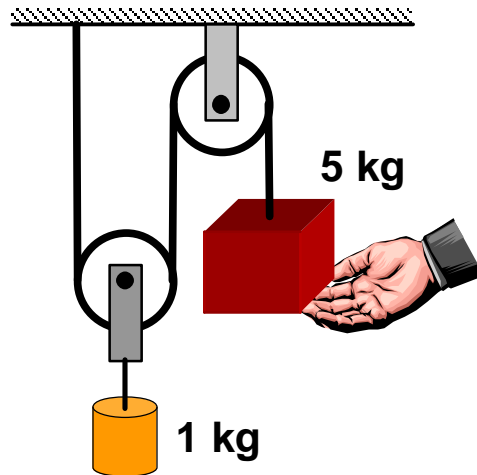
$$W = F_G \cdot \sin \alpha \cdot s$$



**Goldene Regel der Mechanik:**

**Was an Kraft eingespart wird, muss im Verhältnis mehr an Weg zurückgelegt werden!**

- BwagsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- **Energie**
- Leistung
- Wirkungsgrad



In der gehobenen Masse (5 kg) steckt Arbeitsvermögen. Wird sie losgelassen, ist sie in der Lage an der anderen Masse (Hub-) Arbeit zu verrichten.

**Energie ist gespeicherte Arbeit (Arbeitsvermögen)**

Energie: „E“

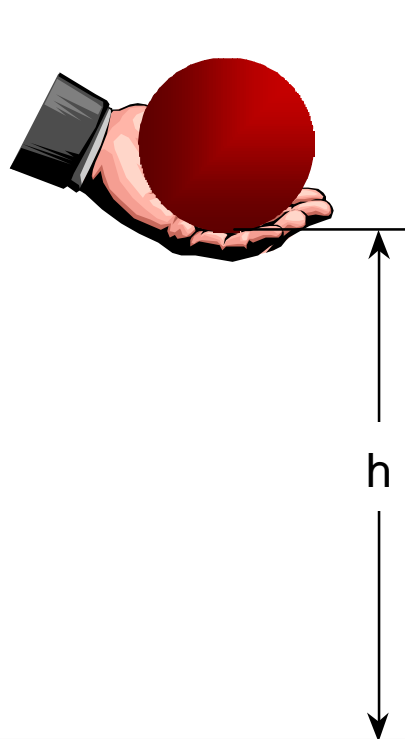
$$[E] = [W] = 1\text{J} = 1\text{Nm}$$

Die Masse 5kg ist aufgrund ihrer Höhen**Lage** und des daraus resultierenden Energie**Potentials** in der **Lage** Arbeit zu verrichten.

Man nennt diese Energieform daher **Lage-Energie** oder **Potentielle Energie**.

# Energiearten

- BwgsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- **Energie**
- Leistung
- Wirkungsgrad

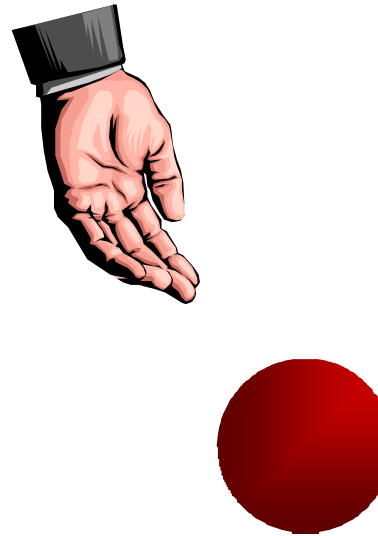


Potentielle Energie

$E_{pot}$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

1

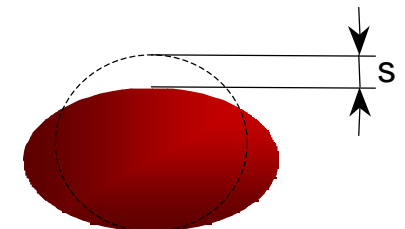


Kinetische Energie

$E_{kin}$

$$E_{kin} = m \cdot a \cdot s = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

2



Spann-Energie

$E_{pot,Spann}$

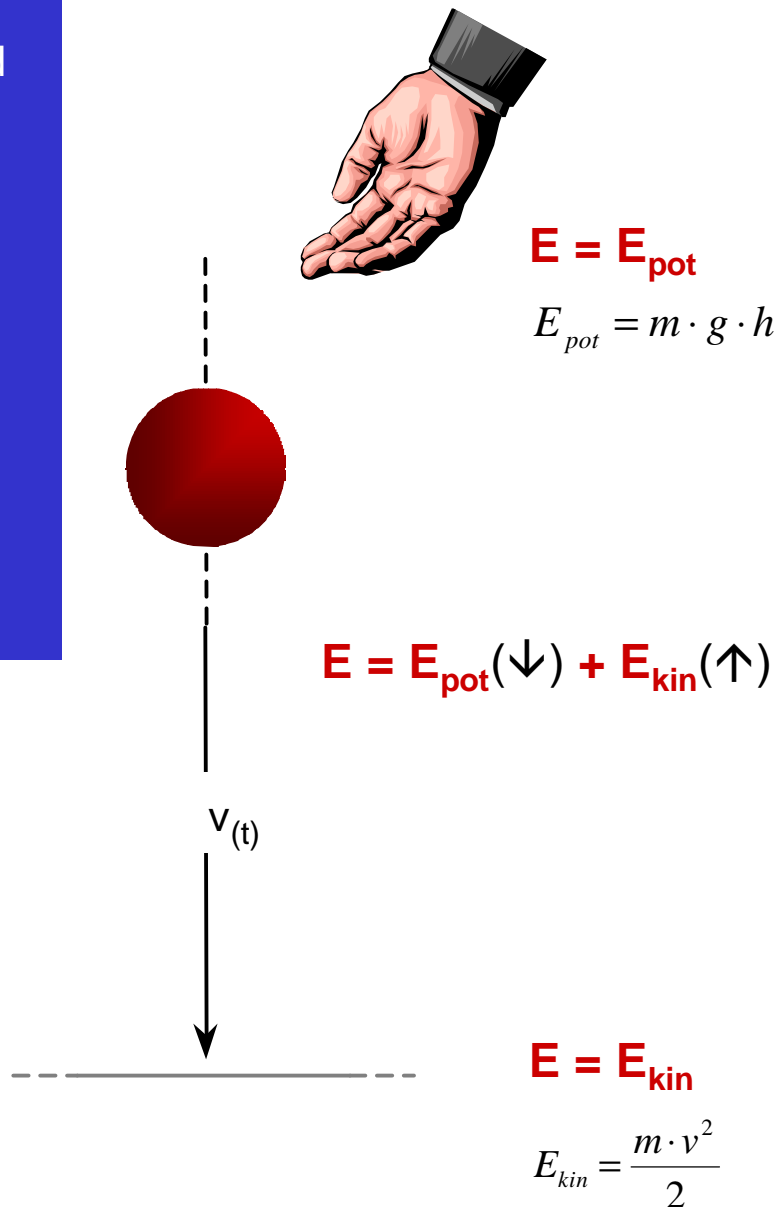
$$E_{pot,Spann} = \frac{c \cdot s^2}{2}$$

3

c: Federkonstante  
s: Federweg

# Energiearten

- BwgsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- **Energie**
- Leistung
- Wirkungsgrad



Da beim Fallen eines Körpers potentielle Energie in kinetische umgewandelt wird gilt:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

daraus ergibt sich:

**Endgeschwindigkeit  
beim freien Fall:**

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

# Mechanische Leistung

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- **Leistung**
- Wirkungsgrad

**Leistung ist Arbeit pro Zeiteinheit!**

**Leistung**

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

$$[P] = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{Nm}{s} = 1W$$

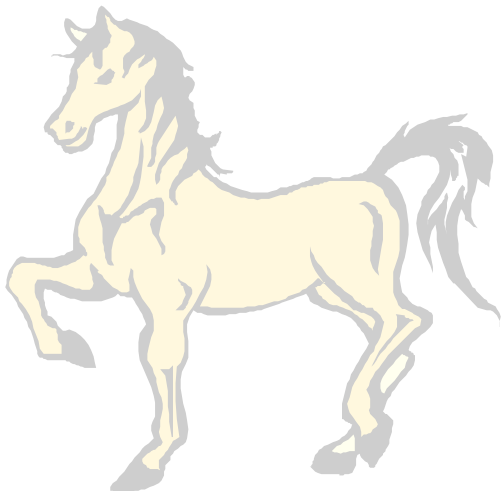
(W: Watt \*)

Die mechanische Leistung lässt sich auch aus Drehmoment **M** und Winkelgeschwindigkeit **w** berechnen:

**Leistung**

$$P = M \cdot w = F \cdot r \cdot w$$

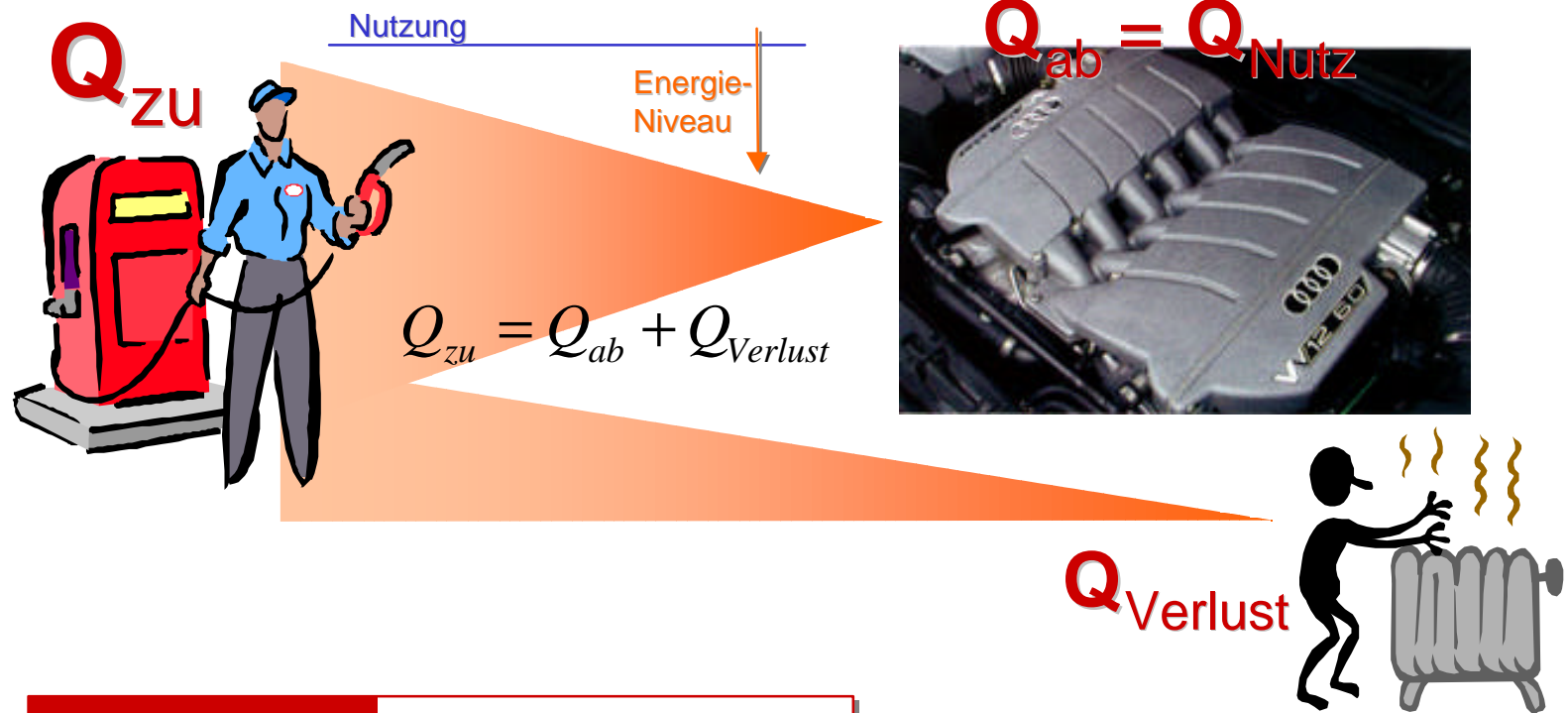
$$P = F \cdot r \cdot 2\pi \cdot n$$



[\*] 1 kW ≈ 1,36 PS]

# Wirkungsgrad

- BwugsZustand
- Kinematik
- Kinetik
- Festigk.-Lehre
- Arbeit
- Energie
- Leistung
- **Wirkungsgrad**



**Wirkungsgrad**

$$h = \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$[h] = 1 \text{ oder } \%$

➔ Bei allen Bewegungsvorgängen entstehen Energieverluste aufgrund von Reibung. Diese Energie wird in Wärmeenergie umgewandelt.